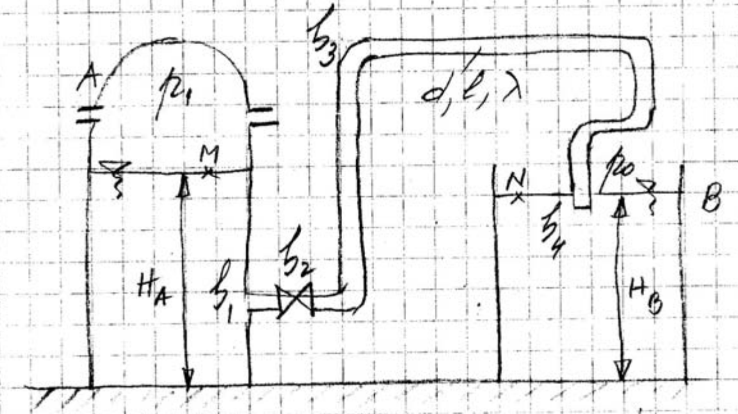
SEMINAR 10

APLICAȚII LA MIȘCAREA PERMANENTĂ ÎN CONDUCTE SUB PRESIUNE

① Pentru rețeaua din figură, se cunosc următoarele date: diametrul $d = 35 mm$ și lungimea $\ell = 14,4 m$, suprapresiunea în rezervorul A, $p_1 = 32,3 \cdot 10^4 N/m^2$, nivelele în rezervoare $H_A = 2,3 m$ și $H_B = 6,65 m$, coeficienții pierderilor locale de sarcină $\zeta_1 = 0,5$ (intrare), $\zeta_2 = 8,3$ (robinet), $\zeta_3 = 0,22$ (cot), $\zeta_4 = 1$ (ieșire) și coeficientul de pierderi liniare de sarcină $\lambda = 0,033$ (conductă).

Se cere debitul transportat prin conductă.



Rezolvare

$$Q = v \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 4,78 \cdot \frac{\pi \cdot 0,035^2}{4} = 4,6 \cdot 10^{-3} m^3/s$$

unde viteza în conductă se obține scriind relația lui Bernoulli între punctele M și N:

$$z_M + \frac{p_M}{\gamma} + \frac{v_M^2}{2g} = z_N + \frac{p_N}{\gamma} + \frac{v_N^2}{2g} + h_{MN}$$

unde: $z_M = H_A$; $z_N = H_B$; $p_M = p_1 + p_0$; $p_N = p_0$

$v_M = v_N$ - viteza cu care coboară nivelul în rezervorul A este aceeași cu care urcă nivelul în rezervorul B

$$h_{MN} = \left(\lambda \frac{\ell}{d} + \Sigma \zeta\right) \frac{v^2}{2g}$$; v - viteza de curgere în conductă

Rezulta:

$$H_A + \frac{p_1}{\gamma} = H_B + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta\right)\frac{v^2}{2g}$$

$$2{,}3 + \frac{32{,}3 \cdot 10^4}{9810} = 6{,}65 + \left(0{,}033\frac{14{,}4}{0{,}035} + 0{,}5 + 8{,}3 + 5 \cdot 0{,}22 + 1\right)\frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

$$35{,}22 = 6{,}65 + \frac{24{,}47 v^2}{19{,}62}$$

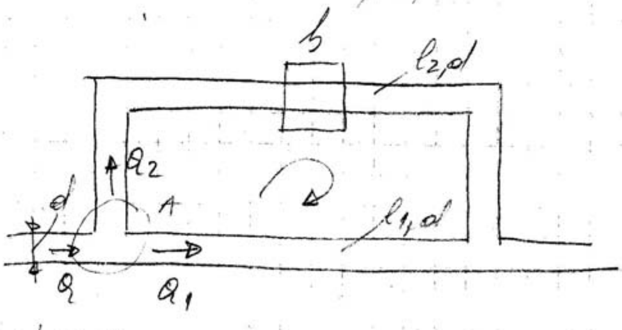
$$28{,}57 = \frac{24{,}47 v^2}{19{,}62}$$

$$v = \sqrt{\frac{28{,}57 \cdot 19{,}62}{24{,}47}} = 4{,}78 \text{ m/s}$$

(2) Pe o conductă de diametru $d = 65$ mm, care transportă debitul de apă $Q = 40$ l/s, cu vâscozitatea cinematică $\nu = 10^{-6}$ m²/s, este conectată o derivaţie de lungime $l_2 = 19$ m, având acelaşi diametru. Dacă $l_1 = 13{,}5$ m, iar $\zeta = 0{,}9$ şi mişcarea fluidului este laminară, să se determine:

a) debitele pe cele două ramuri în paralel

b) pierderile de sarcină pe fiecare ramură



Rezolvare

a) Pentru rezolvarea reţelei se pot scrie două ecuaţii!

1) – suma debitelor care intră în nodul A este egală cu suma debitelor care ies din nod:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

2) Suma pierderilor pe o buclă închisă este egală cu zero.

$$\sum h_r = 0$$

$$\left(\lambda_2 \frac{l_2}{d} + \zeta\right)\frac{v_2^2}{2g} - \lambda_1 \frac{l_1}{d}\cdot\frac{v_1^2}{2g} = 0$$

Din prima ecuație, rezultă:

$$Q_1 = v_1 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$Q_2 = v_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = (v_1 + v_2)\frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow 0{,}04 = (v_1 + v_2)\frac{\pi \cdot 0{,}065^2}{4}$$

$$\Rightarrow 0{,}04 = (v_1 + v_2)\, 0{,}0033 \Rightarrow \boxed{v_1 + v_2 = 12{,}12} \quad (1)$$

Din a doua ecuație, rezultă:

$$\lambda_1 = \frac{64}{Re} = \frac{64 \cdot \nu}{v_1 \cdot d} = \frac{64 \cdot 10^{-6}}{v_1 \cdot 0{,}065} = \frac{0{,}000984}{v_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{64}{Re} = \frac{64 \cdot \nu}{v_2 \cdot d} = \frac{0{,}000984}{v_2}$$

$$\frac{0{,}000984}{v_2} \cdot \frac{19}{0{,}065} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}9 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot 9{,}81} - \frac{0{,}000984}{v_1} \cdot \frac{13{,}5}{0{,}065} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{0{,}0146\, v_2 + 0{,}0458\, v_2^2 - 0{,}01\, v_1 = 0} \quad (2)$$

$v_1 = 12{,}12 - v_2$ ⇒ se înlocuiește în a doua ecuație.

$$0{,}0146\, v_2 + 0{,}0458\, v_2^2 - 0{,}1212 + 0{,}01\, v_2 = 0$$

$$\Delta = 0{,}000676 + 0{,}021816$$

$$\sqrt{\Delta} = 0{,}149$$

$$v_2 = \frac{-0{,}026 + 0{,}149}{2 \cdot 0{,}0458} = 1{,}35 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 12{,}12 - 1{,}35 = 10{,}76 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = 10{,}76 \cdot 0{,}0033 = 0{,}035 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 1{,}35 \cdot 0{,}0033 = 0{,}0044 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) $h_{r_1} = \lambda_1 \dfrac{l_1}{d}\,\dfrac{v_1^2}{2g} = 0{,}01 \cdot 10{,}76 = 0{,}1 \text{ m}$

$$h_{r_2} = \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d} + \zeta\right) \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}0146 \cdot 1{,}35 + 0{,}0458 \cdot 1{,}35^2 =$$

$$= 0{,}01971 + 0{,}0834705 = 0{,}103 \text{ m}$$