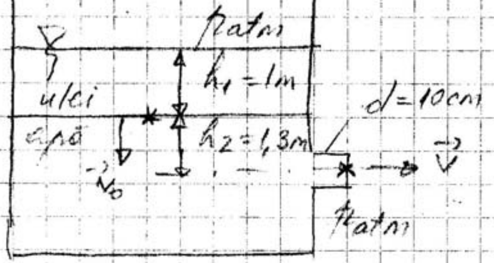
MF

SEMINAR 11

APLICAȚII LA MIȘCĂRI EFLUENTE PERMANENTE

1) Neglijând pierderile de sarcină, să se determine debitul evacuat prin orificiul din figură, se știe că $\gamma_{ulei} = 0{,}8\,\gamma_{apă}$.
Să se determine apoi debitul, în cazul în care rezervorul ar fi plin cu apă.



Rezolvare

a) Debitul prin orificiu este:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\cdot v$$

unde v se determină scriind ecuația lui Bernoulli între un punct de pe suprafața de separație apă-ulei și altul de pe axa orificiului:

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_{atm} + \gamma_{ulei}\cdot h_1}{\gamma_{apă}} + h_2 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma_{apă}}$$

unde $v_0 \approx 0$ (deoarece secțiunea rezervorului este mult mai mare decât cea a orificiului)

$$\Rightarrow v^2 = 2g\left(h_2 + \frac{p_{atm} + \gamma_{ulei}\cdot h_1}{\gamma_{apă}} - \frac{p_{atm}}{\gamma_{apă}}\right) = 2g\left(\frac{\gamma_{ulei}\cdot h_1}{\gamma_{apă}} + h_2\right)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2g\left(h_2 + \frac{\gamma_{ulei}}{\gamma_{apă}}h_1\right)} = \sqrt{2\cdot 9{,}81(1{,}3 + 0{,}8\cdot 1)} = 6{,}42\ m/s$$

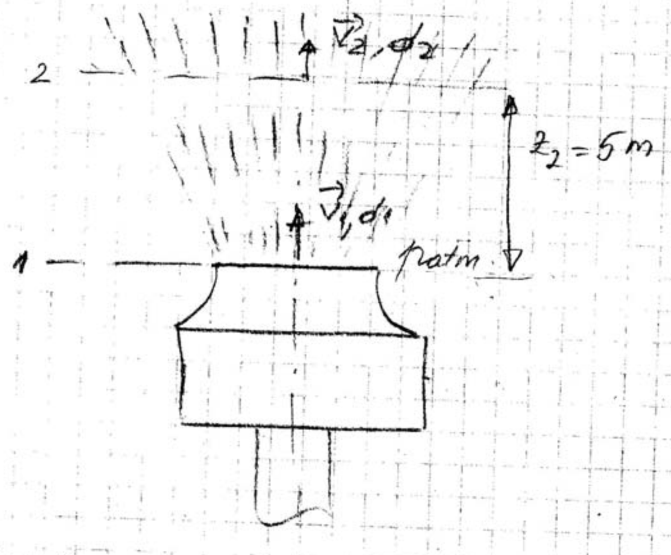
$$\Rightarrow Q = \frac{\pi\cdot 0{,}1^2}{4}\cdot 6{,}42 = 50{,}4\cdot 10^{-3}\ m^3/s = 50{,}4\ l/s$$

b) În cazul în care în rezervor se află numai apă, în relația anterioară a vitezei se înlocuiește h_{ulei} cu $h_{apă}$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{2g(h_2+h_1)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (1{,}3+1)} = 6{,}72\ m/s$$

$$Q' = \frac{\pi \cdot 0{,}1^2}{4} \cdot 6{,}72 = 52{,}7 \cdot 10^{-3}\ m^3/s = 52{,}7\ l/s$$

(2) Printr-un ajutaj cu diametrul $d_1 = 3\,cm$, țâșnește vertical ascendent un jet circular, ca în figură. Admițând că pierderile de sarcină sunt neglijabile, să se determine diametrul d_2 al jetului, la 5 m deasupra ajutajului, dacă viteza de ieșire este $v_1 = 15\ m/s$.



Rezolvare

Din ecuația de continuitate:

$$Q = v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4}$$

Rezultă:

$$d_2 = \sqrt{\frac{v_1}{v_2}}\, d_1$$

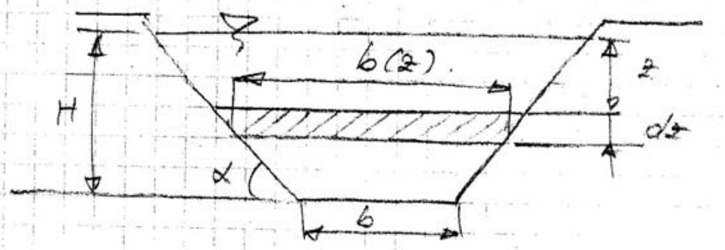
Viteza v_2 se determină scriind relația lui Bernoulli între punctele 1 și 2, în axa ajutajului:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \cancel{\frac{p_{atm}}{\gamma}} = \frac{v_2^2}{2g} + \cancel{\frac{p_{atm}}{\gamma}} + z_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gz_2} = \sqrt{15^2 - 2\cdot 9{,}81\cdot 5} = 11{,}265\ m/s$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{15}{11{,}265}}\cdot 3 = 3{,}462\ cm$$

(3) Ce debit trece prin deversorul trapezoidal din figură, cunoscând: $\alpha = 60^\circ$, coeficientul de debit $\mu = 0{,}62$, $b = 2\ m$ şi $H = 1{,}5\ m$?

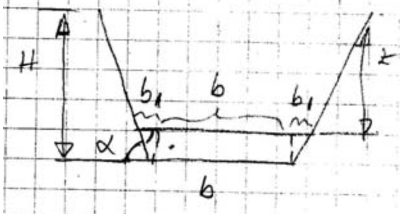


Rezolvare

Debitul se calculează cu relaţia:

$$Q = \mu\sqrt{2g}\int_0^H b(z)\sqrt{z}\,dz$$

Pentru determinarea funcţiei $b(z)$ se urmăreşte figura următoare



$$ctg\,\alpha = \frac{b_1}{H-z} \Rightarrow b_1 = (H-z)\,ctg\,\alpha$$

$$b(z) = b + 2b_1 = b + 2(H-z)\,ctg\,\alpha$$

$$\Rightarrow Q = \mu\sqrt{2g}\int_0^H \left[b + 2(H-z)\,ctg\,\alpha\right]\sqrt{z}\,dz =$$

$$= \mu\sqrt{2g}\left[b\int_0^H z^{1/2}dz + 2H\,ctg\,\alpha\int_0^H z^{1/2}dz - 2\,ctg\,\alpha\int_0^H z^{3/2}dz\right]$$

$$= \mu\sqrt{2g}\left(b\cdot\frac{z^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_0^H + 2H\,ctg\,\alpha\,\frac{z^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_0^H - 2\,ctg\,\alpha\,\frac{z^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\Big|_0^H\right) =$$

$$= \mu\sqrt{2g}\left(\frac{2}{3}bH^{\frac{3}{2}} + 2\cdot\frac{2}{3}H\,ctg\,\alpha\,H^{3/2} - 2\cdot\frac{2}{5}\,ctg\,\alpha\,H^{\frac{5}{2}}\right) =$$

$$= \mu\sqrt{2g}\left(\frac{2b}{3}H^{3/2} + {}^{5)}\frac{4}{3}H^{5/2}ctg\alpha - {}^{3)}\frac{4}{5}H^{5/2}ctg\alpha\right) =$$

$$= \mu\sqrt{2g}\,H^{3/2}\left(\frac{2b}{3} + \frac{8}{15}\cdot H\,ctg\alpha\right) =$$

$$= \underbrace{0{,}62\sqrt{2\cdot 9{,}81}}_{2{,}74}\cdot\underbrace{\sqrt{1{,}5^3}}_{1{,}83}\left(\underbrace{\frac{2\cdot 2}{3}}_{1{,}33} + \underbrace{\frac{8}{15}\cdot 1{,}5\,\overbrace{ctg\,60^\circ}^{0{,}57}}_{0{,}46}\right) =$$

$$= 8{,}97\ m/s$$