

1. Modelarea transformatoarelor de putere

1.1. Modelarea transformatoarelor de putere pornind de la considerații fizice

Pentru modelarea transformatorului se pornește de la principiul constructiv al acestuia considerând ecuațiile care descriu funcționarea sa și modelând fiecare parte constructivă separat; modelul global va fi constituit din modele separate pentru înfășurările primară și secundară, cuplajul dintre acestea fiind realizat prin modelul miezului magnetic.

1.2. Modelarea miezului feromagnetic

Elementul cel mai dificil de modelat al transformatoarelor de putere este miezul feromagnetic datorită pierderilor prin curenți turbionari și histerezis care se produc în miez, și neliniarității caracteristicii de magnetizare.

Cea mai simplă aproximație a circuitului magnetic este reprezentată de reducerea circuitului magnetic la reluctanța magnetică (eventual neliniară) a sa.

Pentru realizarea unor aproximații mai bune se pornește de la expresia „impedanței magnetice” operaționale a unui pachet de tole, definită ca raportul dintre transformatele Laplace ale tensiunii magnetice și ale fluxului magnetic :

$$Z_m(p) = \frac{U_m(p)}{\Phi(p)} = \frac{R_{m0}}{\Psi(p)}$$

unde:

$$\Psi(p) = \frac{\tan h \sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}$$

$$\tau = \mu\sigma \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

R_{m0} - reluctanța magnetică de regim staționar;

d - grosimea tolelor din care este realizat miezul;

$U_m(p)$ - imaginea Laplace a tensiunii magnetice (solenajiei);

$\Phi(p)$ - imaginea Laplace a fluxului magnetic.

Un element de circuit cu impedanța operațională $Z(p)$ nu poate fi reprezentat decât prin scheme echivalente cu un număr infinit de elemente ideale de circuit.

Notând:

$$L_0 = 2 \tau R_{m0}$$

se pot folosi următoarele tipuri de scheme echivalente:

a. scheme serie pentru care:

$$R_i = 2 \cdot R_{m0}$$

$$L_i = \frac{L_0}{(\pi i)^2}$$

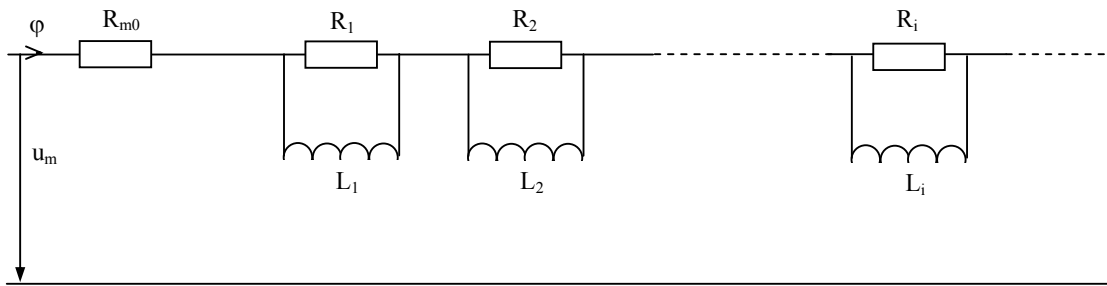


Figura 1.1. Schema echivalentă serie a miezului magnetic

b. schema paralel:

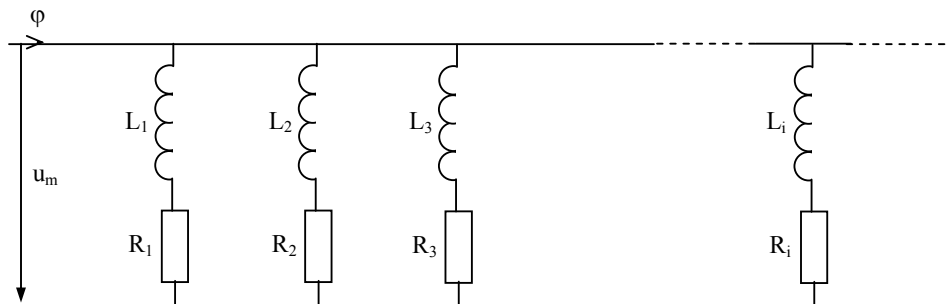


Figura 1.2. Schema echivalentă paralel a miezului magnetic

care are următoarele valori pentru elementele ce o compun:

$$R_i = \left[(2i-1) \frac{\pi}{2} \right]^2 \cdot R_{m0}$$

$$L_i = \frac{L_0}{4}$$

c. schema cascadă:

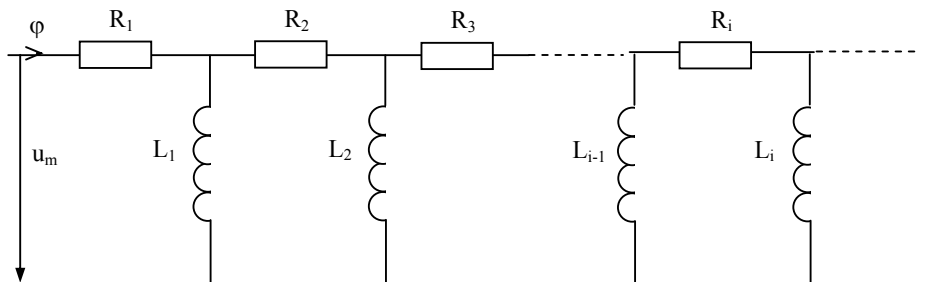


Figura 1.3. Schema echivalentă cascadă miezului magnetic

cu valorile următoare:

$$R_i = (4i-3) \cdot R_{m0}$$

$$L_i = \frac{L_0}{2(4i-1)}$$

Pentru simularea numerică se folosesc scheme echivalente obținute prin trunchierea schemei echivalente infinite în cascadă.

Pentru realizarea modelului poate fi utilizată o schemă cu trei celule (figura 1.4) deoarece s-a observat o modificare nesemnificativă a mărimilor de ieșire atunci când numărul acestora crește peste trei:

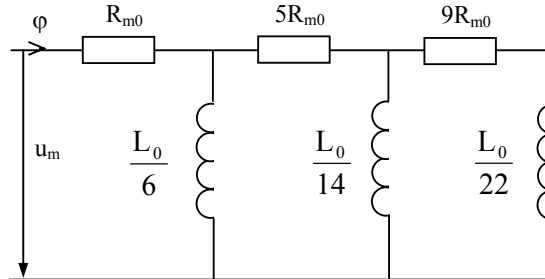


Figura 1.4. Schema echivalentă miezului utilizată

Deoarece caracteristica magnetică a materialului din care este realizat miezul este neliniară, determinarea valorii permeabilității magnetice care să permită determinarea valorii lui R_{m0} și deci a lui L_0 conform relațiilor de definiție nu este folosită decât în condițiile acceptării unor erori mari; din această cauză se preferă determinarea lui L_0 din valoarea pierderilor în fier la o anumită valoare a frecvenței și inducției în miez.

Atunci când este posibil, este de dorit ca valorile frecvenței și tensiunii aplicate la borne pentru determinarea pierderilor în fier să coincidă cu cele ale regimului pentru care se modelează transformatorul; când acest lucru nu este posibil, se va face corectarea valorii pierderilor în funcție de valoarea frecvenței și a inducției în miez în condițiile reale.

Pentru determinarea lui L_0 se pornește de la noțiunea de impedanță magnetică complexă corespunzătoare funcționării în regim sinusoidal de pulsație ω :

$$\underline{Z}_m = R_m + j\omega L_m$$

Considerând transformatorul funcționând în gol și neglijând fluxul magnetic de dispersie și rezistența înfășurării primare, vom scrie puterea complexă absorbită de la rețea:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \underline{I}_1^*$$

Deoarece:

$$\underline{\Phi} = \frac{w_1 \cdot \underline{I}_1}{\underline{Z}_m} = \frac{w_1 \cdot \underline{I}_1}{R_m + j\omega L_m}$$

$$\underline{U}_1 \cong j\omega w_1 \underline{\Phi}$$

vom avea:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \frac{1}{w_1} \underline{\Phi}^* (R_m - j\omega L_m) = \underline{U}_1 \frac{1}{w_1^2} (j\omega \cdot w_1 \cdot \underline{\Phi})^* \left(\frac{R_m - j\omega L_m}{-j\omega} \right) \cong$$

$$\cong \frac{1}{w_1^2} \underline{U}_1 \underline{U}_1^* \left(\frac{R_m - j\omega L_m}{-j\omega} \right) = \frac{U_1^2}{w_1^2} \left(L_m + \frac{jR_m}{\omega} \right)$$

Dacă se notează cu U_s tensiunea pe spiră și se ține cont că puterea activă consumată de la rețea pentru acest regim de funcționare este egală cu pierderile în fier, se va obține:

$$P_{Fe} = \Re(\underline{S}) = U_s^2 \cdot L_m$$

deci:

$$L_m = \frac{P_{Fe}}{U_s^2}$$

Ținând cont că pierderile specifice în fier pentru miezurile din tole au o dependență de frecvență și inducție de forma:

$$P_{Fe} = \frac{\pi^2}{6} d^2 f^2 B_m^2 \quad [\text{W/m}^3]$$

în care d este grosimea tolei, este posibilă corectarea valorii pierderilor în fier determinate experimental pentru o anumită frecvență în funcție de condițiile specifice, ceea ce va permite determinarea lui L_m și deci și a lui $L_0 = 6L_m$.

Principalul dezavantaj al acestui tip de scheme echivalente pentru circuitul magnetic este acela că nu pot lua în considerare pierderile prin histerezis; pentru eliminarea acestui neajuns este utilă determinarea experimentală, de câte ori este posibil, a valorii pierderilor în fier la o frecvență apropiată de cea pentru care se va face modelarea transformatorului.

1.3 Modelarea înfășurărilor

Modelarea înfășurărilor transformatorului se realizează prin împărțirea lor în mai multe secțiuni și modelarea fiecăreia dintre aceste părți printr-un circuit echivalent în π .

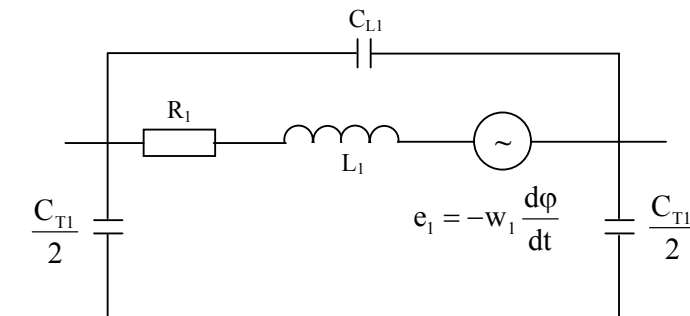


Figura 1.5. Schema echivalentă a unei secțiuni de înfășurare

Prin inserierea schemelor echivalente ale secțiunilor primarului se obține schema echivalentă pentru întreaga înfășurare primară:

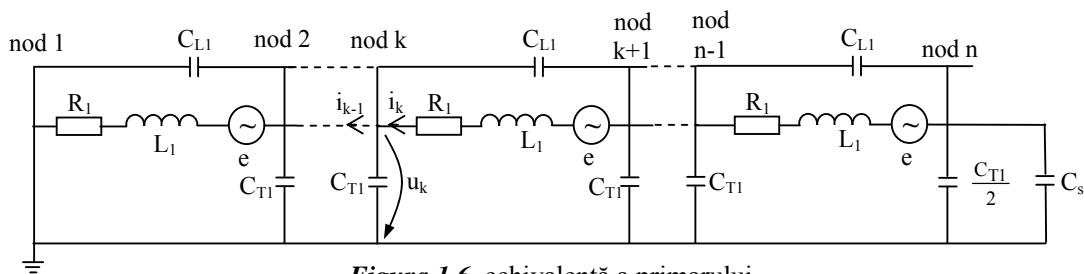


Figura 1.6. echivalentă a primarului

unde prin C_s s-a notat capacitatea echivalentă a echipamentului conectat la bornele primare.

În funcție de regimul de funcționare al transformatorului, schema echivalentă pentru secundar este asemănătoare cu cea a primarului (cu modificarea valorii numerice a elementelor de circuit) sau diferită.

Spre exemplu, dacă se consideră regimul de scurtcircuit pe secundar și se face ipoteza simplificatoare că toate secțiunile în care este împărțit secundarul sunt identice, rezultă:

$$u_k = u_{k+1}$$

(deci fiecare secțiune se poate considera scurtcircuitată); neglijând în plus curenții capacitivi, rezultă o schemă echivalentă din care pot fi eliminate capacitățile.

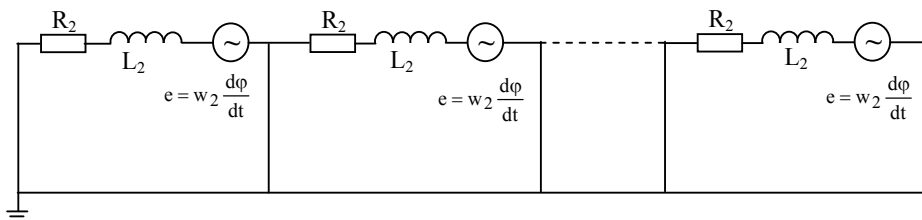


Figura 1.7. Schema echivalentă a secundarului în regim de scurtcircuit

Pentru alt regim de funcționare a transformatorului, schema echivalentă este a secundarului este cea din figura de mai jos:

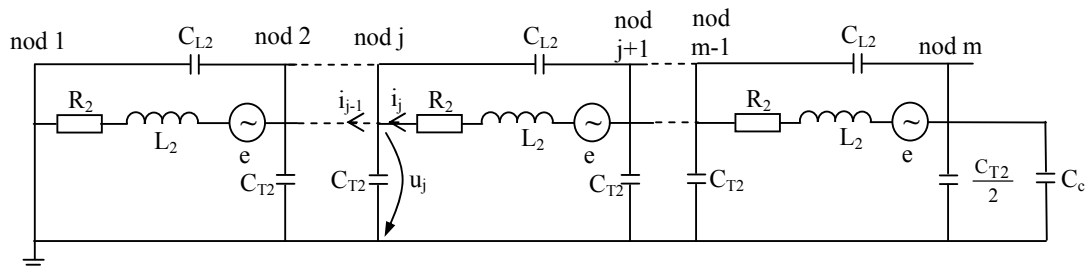


Figura 1.8. Schema echivalentă a secundarului în regim de sarcină

Sistemul de ecuații diferențiale care reprezintă modelul matematic al primarului, rezultat din schema echivalentă, va fi:

$$\begin{aligned}
L_1 \frac{di_{1,p}}{dt} + w_1 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{2,p} - R_1 i_{1,p} \\
(2C_{L1} + C_{T1}) \frac{du_{2,p}}{dt} - C_{L1} \frac{du_{3,p}}{dt} &= i_{2,p} - i_{1,p} \\
&\vdots \\
L_1 \frac{di_{k,p}}{dt} + w_1 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{k+1,p} - u_{k,p} - R_1 i_{k,p} \\
-C_{L1} \frac{du_{k,p}}{dt} + (2C_{L1} + C_{T1}) \frac{du_{k+1,p}}{dt} - C_{L1} \frac{du_{k+2,p}}{dt} &= i_{k+1,p} - i_{k,p} \\
&\vdots \\
L_1 \frac{di_{m-1,p}}{dt} + w_1 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{m,p} - u_{m-1,p} - R_1 i_{m-1,p} \\
-C_{L1} \frac{du_{m-1,p}}{dt} + (2C_{L1} + C_{T1}) \frac{du_{m,p}}{dt} &= i_s - i_{m-1,p}
\end{aligned}$$

i_s fiind curentul debitat de sursa la care este cuplat transformatorul, iar modelul matematic al secundarului:

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{di_{1,s}}{dt} + w_2 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{2,s} - R_2 i_{1,s} \\
(2C_{L2} + C_{T2}) \frac{du_{2,s}}{dt} - C_{L2} \frac{du_{3,s}}{dt} &= i_{1,s} - i_{2,s} \\
&\vdots \\
L_2 \frac{di_{j,s}}{dt} + w_2 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{j,s} - u_{j+1,s} - R_2 i_{j,s} \\
-C_{L2} \frac{du_{j,s}}{dt} + (2C_{L2} + C_{T2}) \frac{du_{j+1,s}}{dt} - C_{L2} \frac{du_{j+2,s}}{dt} &= i_{j,s} - i_{j+1,s} \\
&\vdots \\
L_2 \frac{di_{n-1,s}}{dt} + w_2 \frac{d\varphi}{dt} &= u_{n,s} - u_{n-1,s} - R_2 i_{n-1,s} \\
-C_{L2} \frac{du_{n-1,s}}{dt} + \left(2C_{L2} + \frac{C_{T2}}{2} + C_c \right) \frac{du_{n,s}}{dt} &= i_{n-1,s} - i_c
\end{aligned}$$

unde i_c este curentul absorbit din secundar de sarcină.

Cuplajul dintre primar și secundar se realizează prin fluxul φ (ca valoare instantanee) modelat prin relațiile, corespunzătoare cu figura 1.4:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{m-1} w_1 i_{k,p} + \sum_{j=1}^{n-1} w_2 i_{j,s} &= u_m = R_{m0} \varphi + \frac{d\varphi}{dt} - \frac{L_{m0}}{6} \frac{d\varphi_1}{dt} \\
\sum_{k=1}^{m-1} w_1 i_{k,p} + \sum_{j=1}^{n-1} w_2 i_{j,s} &= R_{m0} \varphi + 5R_{m0} \varphi_1 + \frac{L_{m0}}{14} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{L_{m0}}{14} \frac{d\varphi_1}{dt} \\
\sum_{k=1}^{m-1} w_1 i_{k,p} + \sum_{j=1}^{n-1} w_2 i_{j,s} &= R_{m0} \varphi + 5R_{m0} \varphi_1 + 9R_{m0} \varphi_2 + \frac{L_{m0}}{22} \frac{d\varphi_2}{dt}
\end{aligned}$$

La aceste relații se mai adaugă ecuațiile sursei și, eventual, sarcinii (atunci când regimul considerat este diferit de regimul de scurtcircuit), obținând în acest fel un model complet al ansamblului rețea – transformator – sarcină pentru regimul ales.

1.4. Calculul valorilor elementelor de circuit din schemele echivalente

O etapă foarte importantă în elaborarea modelelor transformatoarelor de putere, cu implicații esențiale asupra corectitudinii acestor modele, este calculul valorii elementelor care intră în componența lor.

Aceasta impune cunoașterea parametrilor constructivi, geometrici și de material ai transformatorului care se modelează.

Modelarea impune calculul inductivităților de cuplaj între bobine și a inductivităților proprii (sau calculul inductivităților de dispersie și modelarea separată a circuitului magnetic) și calculul capacităților longitudinale ale înfășurărilor și transversale (capacitățile dintre înfășurările de înaltă și joasă tensiune sau capacitățile dintre fiecare înfășurare și cuva transformatorului, respectiv miezul acestuia).

Aceste calcule sunt foarte laborioase și precizia cu care se determină parametrii echivalenți depinde de modelul ales pentru transformator, de gradul de precizie al formulelor utilizate pentru calculul inductivităților și capacităților și de informațiile referitoare la dimensiunile geometrice ale înfășurărilor și miezului, și la schema de izolație a înfășurării lor (distanțe de izolație, materiale utilizate, permitivitate electrică).

În general se consideră înfășurările alcătuite din mai multe părți conectate în serie, cel mai utilizat mod de împărțire fiind în galeți sau grupe de galeți vecini astfel încât să poată fi utilizate formule de calcul a capacităților corespunzătoare condensatorului plan pentru capacitățile longitudinale, și condensatorului cilindric (sau condensatorului plan în cazul diametrelor mari) pentru calculul capacităților între înfășurări sau între înfășurări și cuvă (sau miez).

Calculul inductivităților

Inductivitățile de dispersie ale înfășurărilor cilindrice dispuse pe aceeași coloană a transformatorului poate fi determinată într-o primă aproximație neglijând curbura înfășurărilor și prezența miezului feromagnetic.

Pentru înfășurările de diametru mare, considerând că secțiunea acestora este dreptunghiulară și că solenațiile celor două înfășurări sunt egale și de sens contrar, se poate asimila ansamblul celor două înfășurări cu două bare cu secțiunea dreptunghiulară și cu lungimea medie egală cu πD , unde D este diametrul mediu al canalului longitudinal dintre înfășurări (figura 1.9).

Dacă secțiunile celor două bare echivalente au aceeași formă și sunt dispuse în același fel ca și înfășurările transformatorului, inductivitatea de dispersie a acestora va diferi de inductivitatea liniei formată din cele două bare numai prin pătratul numărului de spire w_1^2 pentru primar și, respectiv, w_2^2 pentru secundar:

$$L_1 = \pi w_1^2 D l$$

$$L_2 = \pi w_2^2 D l$$

unde l este inductivitatea specifică a liniei formate din cele două bare dreptunghiulare.

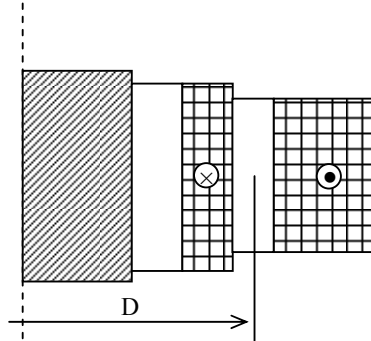


Figura 1.9. Calculul inductivității de dispersie a unui transformator

Deoarece, în general, pentru modelarea transformatoarelor una dintre dimensiunile secțiunii înfășurărilor este mult mai mare decât cealaltă, pentru calculul inductivității lineice specifice se pot folosi următoarele formule:

a. pentru cazul prezentat în figura 1.10.a:

$$l = \frac{\mu_0}{\pi} \left[\ln \frac{d}{b+c} + \frac{\gamma^2 - 1}{2\gamma^2} \ln(1 + \gamma^2) + \frac{2}{\gamma} \arctan \gamma \right]$$

unde: $\gamma = \frac{c}{d}$.

Acest caz poate fi întâlnit la calculul inductivității de dispersie totale a transformatoarelor de putere sau în cazul modelării înfășurărilor prin împărțirea lor în straturi concentrice dispuse pe toată înălțimea coloanei.

b. pentru cazul din figura 1.10.b:

$$l = \frac{\mu_0}{\pi} \left[\ln \frac{d}{b+c} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right)^2 \ln(1 + \beta) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 \ln(1 - \beta) \right]$$

unde: $\beta = \frac{b}{d}$.

Se poate aplica această formulă pentru modelarea înfășurărilor prin împărțirea lor în galeți și calculul inductivităților de dispersie pentru perechile de galeți.

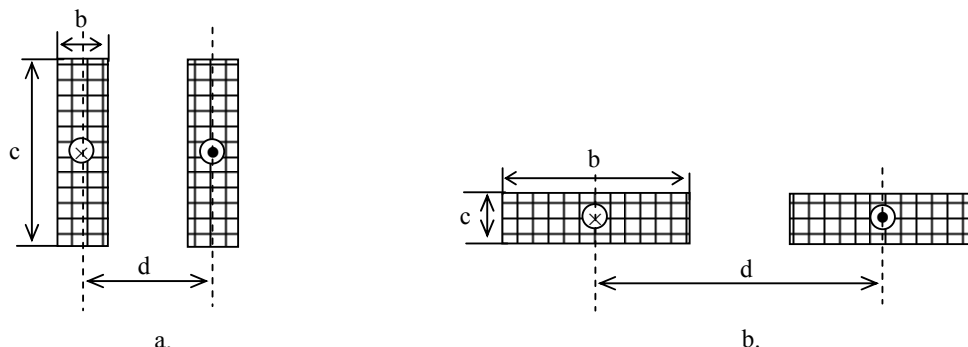


Figura 1.10. Moduri de dispunere a bobinelor

Prezența miezului feromagnetic duce la o modificare relativ redusă a inductivității de dispersie, influență care poate fi luată în considerare prin aplicarea metodei imaginilor [KAL1], considerând miezul magnetic ca un plan și permeabilitatea magnetică a acestuia infinită și luând în considerare imaginile în raport cu suprafața miezului a celor două înfășurări (figura 1.11).

Inductivitatea de dispersie va putea fi calculată cu formula:

$$L_i = \pi w_i^2 D \left[L_{12} + L_{14} - \frac{1}{2}(L_{13} + L_{24}) \right]$$

unde cu L_{ij} - ($i \neq j$) s-a notat inductivitatea lineică a liniei formată din conductoarele i și j fără considerarea miezului.

Această metodă poate fi aplicată și pentru porțiuni din înfășurare, de exemplu pentru unul sau mai mulți galeți.

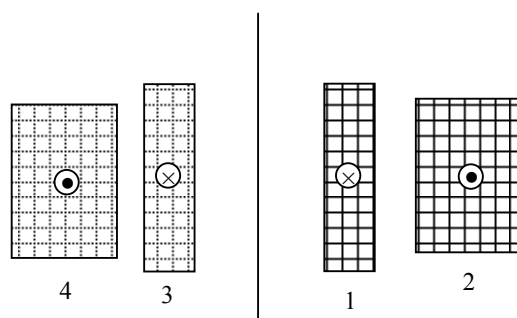


Figura 1.11. Metoda imaginilor magnetice pentru determinarea inductivității de dispersie

Calculul capacităților

O atenție deosebită trebuie acordată calculului capacităților longitudinale și transversale din schema echivalentă.

Dacă se împart înfășurările transformatorului în mai multe secțiuni, fiecare dintre acestea corespunzând unuia sau mai multor galeți, calculul capacităților parazite poate fi efectuat prin utilizarea formulelor pentru condensatoarele plane:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

pentru capacitățile dintre galeții aceleiași înfășurări, sau cilindrice:

$$C = \frac{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

pentru capacitățile dintre galeții aparținând la două înfășurări diferite, sau pentru capacitatea dintre un galet și miez, respectiv carcasă.

Trebuie ținut cont de tipul dielectricului dintre cele două armături ale condensatorului care influențează capacitatea acestuia prin valoarea permitivității ε .

La transformatoarele de putere dielectricul este alcătuit în general din mai multe straturi de hârtie, preșpan și ulei de transformator.

O metodă de considerare a diferitelor straturi izolante constă în calculul permitivității echivalente a izolației, care poate fi determinată cu formula:

$$\frac{1}{\varepsilon_{ech}} = \frac{1}{\varepsilon_n} \frac{d_1}{d} + \frac{1}{\varepsilon_p} \frac{d_2}{d} + \frac{1}{\varepsilon_u} \frac{d_3}{d} + \frac{1}{\varepsilon_u \frac{l_1}{l} + \varepsilon_u \frac{l_2}{l}} \frac{d_4}{d}$$

formulă care poate fi extinsă pentru un număr oricât de mare de straturi.

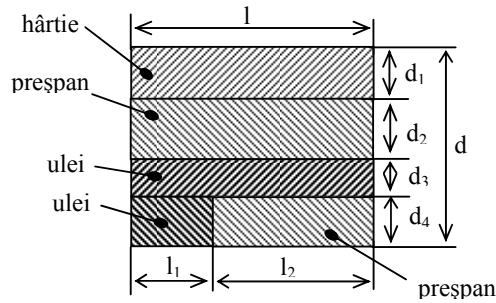


Figura 1.12. Schema unei izolații pentru transformator

1.5. Modelarea transformatoarelor de putere pornind de la mărimile nominale

În acest caz se urmărește determinarea parametrilor unui model simplificat pentru un transformator cu două înfășurări; cel mai direct model, rezultat din simplificarea extremă a unui model pe considerente fizice, este prezentat în figura 1.13

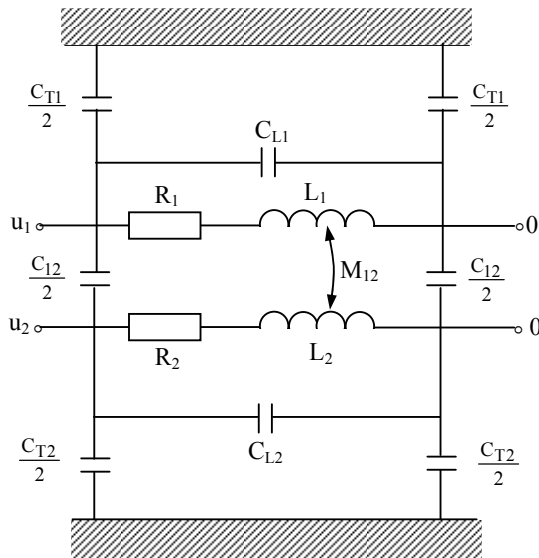


Figura 1.13. Schema echivalentă a unui transformator cu două înfășurări

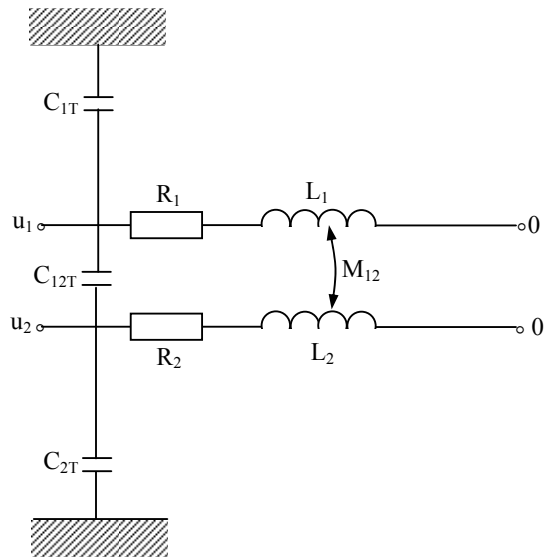


Figura 1.14. Schema simplificată a unui transformator cu două înfășurări

Dacă se neglijează capacitățile longitudinale ale înfășurării și se modelează fiecare înfășurare printr-o schemă în Γ , poate obține schema simplificată din figura 1.14.

Pornind de la modelul fizic se pot elabora și alte modele cu constante concentrate pentru transformator reprezentate în figura 1.15.

Utilizând numai datele de catalog ale transformatoarelor se pot determina valorile elementelor de circuit pentru scheme echivalente cu un număr redus de elemente (figurile 1.15.c sau 1.15.d).

Astfel, se pot calcula inductivitățile de magnetizare L_m și de scăpări L_s :

$$L_m = \frac{1}{\omega} \frac{100}{i_0} \frac{U_n^2}{S_n}$$

$$L_s = \frac{1}{\omega} \frac{u_{sc}}{100} \frac{U_n^2}{S_n}$$

unde tensiunea de scurtcircuit u_{sc} și curentul de mers în gol i_0 sunt exprimate în procente.

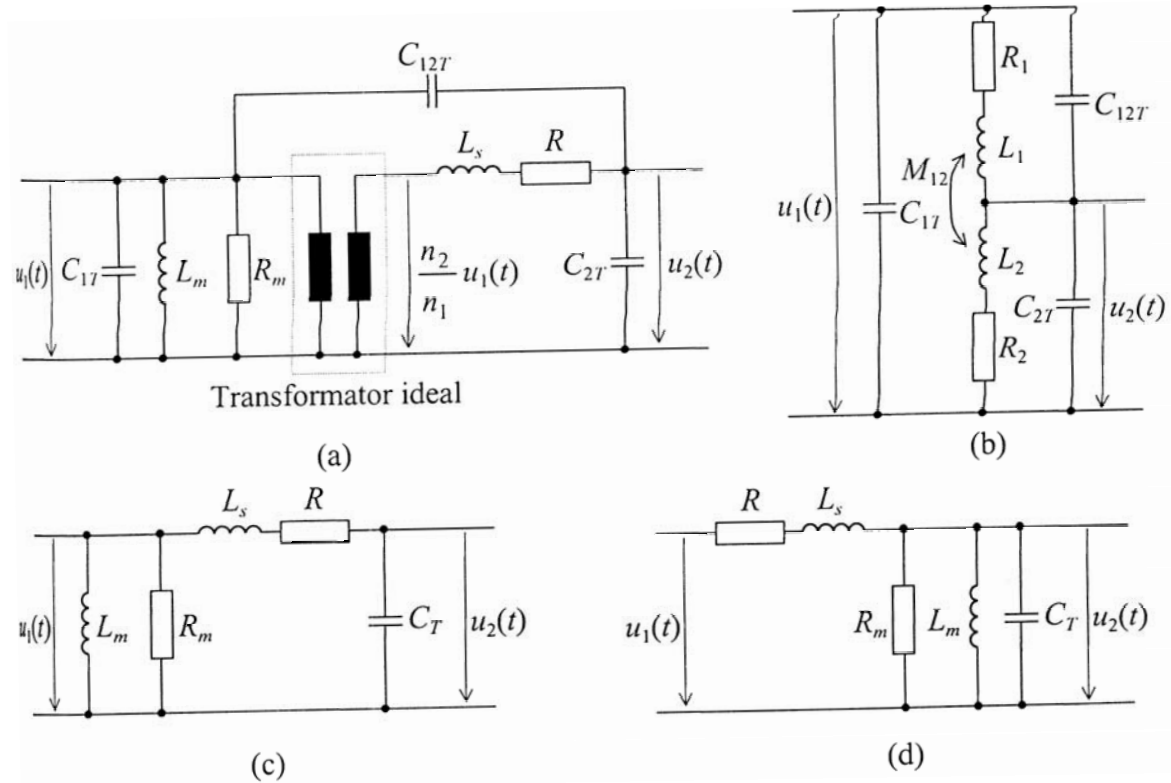


Figura 1.15. Scheme echivalente cu constante concentrate pentru transformatoare de putere

Valoarea L_m astfel determinată se consideră ca aproximare a inductivității de magnetizare pe prima porțiune liniarizată a caracteristicii de magnetizare.

Capacitățile modelului pot fi determinate cu aproximație pornind de la valoarea primei frecvențe de rezonanță a transformatorului.

În practica mondială sunt cunoscute formule empirice care permit determinarea aproximativă a valorii primei frecvențe de rezonanță pentru transformatoarele de putere în funcție de varianta constructivă a transformatorului.

O primă formulă empirică este cea propusă de firma ABB pentru transformatoarele cu circuite magnetice cu coloane:

$$(f_{rs})_1 = \frac{220 \left(\frac{S_n}{3} \right)^{0,36}}{\left(\frac{U_n}{\sqrt{3}} \right)^{0,95}}$$

Altă formulă este cea propusă de firma Phillips pentru miezuri de transformator în manta:

$$(f_{rs})_1 = \frac{325 \left(\frac{S_n}{3} \right)^{0,275}}{\left(\frac{U_n}{\sqrt{3}} \right)^{0,95}}$$

În aceste formule frecvența de rezonanță se obține în kHz dacă puterea nominală a transformatorului este exprimată în MVA și tensiunea nominală în kV.

Din studiile experimentale s-a observat că aceste formule nu permit obținerea unor rezultate suficient de exacte pentru transformatoarele de putere produse în țara noastră; pentru aceste transformatoare poate fi utilizată formula:

$$(f_{rs})_1 = k \frac{S_n^{0,25}}{(U_n u_{sc})^{0,5}}$$

unde k este o constantă experimentală determinată pe baze medierii rezultatelor experimentale pentru diferitele clase de tensiune nominală (tabelul 1.1).

Tabelul 1.1. Valorile coeficientului k

Tipul	U_n [kV]	S_n [MVA]	u_{sc} [%]	k
TTU-FS	400	400	15,35	115
ATU-FS	400	400	18,5	96
TTU-FS	240	250	13,4	103
TTUS-FS	242	190	11,6	94
TTUS-FS	242	90	12,25	103
ATUS-FS	231	200	9,8	110
TTUS-FS	116	160	12,4	155
TTUS-FS	110	100	22,7	155
TTUS-FS	110	80	11,5	146
TTUS-FS	110	40	12	155

Odată determinată prima frecvență de rezonanță se poate determina capacitatea totală a transformatorului C_T :

$$C_T = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (f_{rs})_1^2 \cdot L_s}$$