MF

SEMINAR 9

APLICAȚII LA DINAMICA FLUIDELOR REALE ÎN MIȘCARE TURBULENTĂ

(1) Să se determine pierderea de sarcină pe un tronson de conductă cu diametrul $d = 200mm$ și lungimea $\ell = 2500m$, dacă aceasta transportă debitul de apă $Q = 25\,\ell/s$, la temperatura $t = 10°C$, la care vâscozitatea cinematică a apei este $\nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6}\, m^2/s$. Rugozitatea echivalentă a conductei este $k = 0{,}5mm$.

Rezolvare

Pierderea de sarcină pe tronsonul de conductă considerat este o pierdere liniară (nu există rezistențe locale), care se calculează cu relația:

$$h_{lin} = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Viteza se determină din relația de definiție a debitului:

$$Q = v \cdot A \Rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0{,}2^2} = 0{,}796 \frac{m}{s}$$

Coeficientul lui Darcy, λ se calculează după metodologia prezentată la curs (cf. în partea teoretică a capitolului!)

a) se calculează numărul lui Reynolds:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0{,}796 \cdot 0{,}2}{1{,}31 \cdot 10^{-6}} = 121527 \Rightarrow \text{curgere turbulentă}$$

b) se calculează criteriul $Re\sqrt{\lambda}\frac{k}{d}$, adoptând ca valoare inițială $\lambda = 0{,}03$

$$Re\sqrt{\lambda}\frac{k}{d} = 121527\sqrt{0{,}03} \cdot \frac{0{,}5}{200} = 52{,}62$$

$$\Rightarrow 9{,}4 < Re\sqrt{\lambda}\frac{k}{d} = 52{,}62 < 200 \Rightarrow \text{conductă semirugoasă}.$$

c) pt calculul lui λ se utilizează formula Colebrook și White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71d}\right)$$

Calculul cu această formulă implică un procedeu iterativ. Valoarea inițială pentru λ, se calculează cu formula Karman și Nikuradse:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{d}{k} + 1,14$$

adică:

$$\lambda_0 = \left(\frac{1}{2\lg\frac{200}{0,5} + 1,14}\right)^2 = 0,024846$$

Cu această valoare, se pornește iterația

Pasul 1

$$\lambda_1 = \left(\frac{1}{-2\lg\left(\frac{2,51}{121527\sqrt{0,024846}} + \frac{0,5}{3,71\cdot200}\right)}\right)^2 = 0,026111$$

Pasul 2

$$\lambda_2 = \left(\frac{1}{-2\lg\left(\frac{2,51}{121527\sqrt{0,026111}} + \frac{0,5}{3,71\cdot200}\right)}\right)^2 = 0,026082$$

Pasul 3

$$\lambda_3 = \left(\frac{1}{-2\lg\left(\frac{2,51}{121527\sqrt{0,026082}} + \frac{0,5}{3,71\cdot200}\right)}\right)^2 = 0,026082$$

Deoarece $\lambda_3 = \lambda_2$, se oprește calculul la acest pas și se consideră $\lambda = \lambda_3 = 0,026082$

d) Se recalculează criteriul $Re\sqrt{\lambda}\,\frac{k}{d}$, cu valoarea obținută

$$Re\sqrt{\lambda}\,\frac{k}{d} = 121527\sqrt{0,026082}\cdot\frac{0,5}{200} = 49$$

$9,4 < 49 < 200 \Rightarrow$ domeniul semirugos, admis inițial, este corect.

Rezultă:

$$h_{lin} = 0,026082 \cdot \frac{2500 \cdot 0,796^2}{0,2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 10,533\,m$$

(2) Printr-o conductă cu lungimea $l = 200\,m$ și diametrul $d = 150\,mm$, curge debitul de petrol $Q = 5,3\,l/s$, având densitatea $\rho = 900\,kg/m^3$ și vâscozitatea cinematică $\nu = 0,28 \cdot 10^{-4}\,m/s$. Să se calculeze pierderea de sarcină și căderea de presiune în conductă.

Rezolvare

$$- \quad h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,0398 \cdot \frac{200 \cdot 0,3^2}{0,15 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,24\,m$$

unde:

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5,3 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,15^2} = 0,3\,m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,3 \cdot 0,15}{0,28 \cdot 10^{-4}} = 1608 \Rightarrow \text{curgere laminară}$$

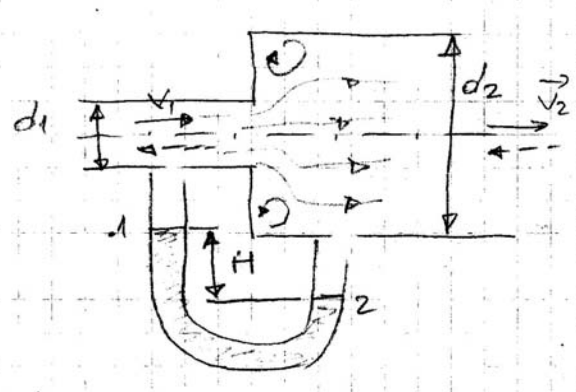
$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1608} = 0,0398$$

$$- \quad \Delta p = \gamma h = 8829 \cdot 0,24 = 2118,96\,\frac{N}{m^2}$$

unde

$$\gamma = \rho \cdot g = 8829\,\frac{N}{m^3}$$

(3) Printr-o conductă cu variație bruscă de secțiune, de la diametrul $d_1 = 80\,mm$ la diametrul $d_2 = 250\,mm$, curge debitul de apă $Q = 70\,m^3/h$. Cunoscând coeficientul lui Weisback $\zeta = 0,45$, să se determine denivelările manometrului diferențial cu mercur, pentru cele două sensuri de curgere. Greutățile specifice sunt $\gamma_{H_2O} = 9810\,N/m^3$ și $\gamma_{Hg} = 13600\,N/m^3$



Rezolvare

a) Cand sensul de curgere este de la stanga la dreapta, pierderea locală de sarcină la lărgirea bruscă a conductei, este dată de formula Bordo și Carnot:

$$h_{1-2} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{v_1}{2g}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{3,86}{2\cdot 9,81}\left(1 - \frac{0,395}{3,86}\right)^2 = 0,611\,m$$

unde:

$$\boxed{v_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4}{\pi \cdot 0,08^2}\cdot\frac{70}{3600} = 3,86\,m/s$$

$$Q = v_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = v_2\,\frac{\pi d_2^2}{4} \Rightarrow \boxed{v_2} = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 3,86\left(\frac{8}{25}\right)^2 = 0,395\,m/s$$

Din ecuatia lui Bernoulli între secțiunile 1 și 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

unde $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ (curgere turbulentă)

Rezultă:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{r_{1-2}} = \frac{3,86^2 - 0,395^2}{2\cdot 9,81} - 0,611 = 0,141\,m$$

Denivelarea manometrului este:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\gamma_{H_2O}} \cdot \frac{\gamma_{H_2O}}{\gamma_{Hg}} = 0,141\cdot\frac{9810}{13600} = 0,1\,m$$

b) Cand curgerea este de la dreapta la stanga, pierderile locale se calculează cu formula lui Weisbach:

$$h_{2-1} = \zeta \frac{V_1^2}{2g} = 0,45 \cdot \frac{3,86^2}{2 \cdot 9,81} = 0,342\ m$$

unde:

$$\zeta = (0,5 \div 0,6)\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 = (0,5 \div 0,6)\left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right)^2 \simeq 0,45$$

Rezultă:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma_{apă}} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + h_{2-1} = \frac{3,86^2 - 0,395^2}{2 \cdot 9,81} + 0,342 = 1,094\ m$$

Denivelarea manometrului este:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\gamma_{H_2O}} \cdot \frac{\gamma_{H_2O}}{\gamma_{Hg}} = 1,094 \cdot \frac{9810}{13600} \approx 0,8\ m$$