

PUTERI ÎN REȚELELE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

Puteri în circuite trifazate de c.a.

Se utilizează notațiile:

S_f –puterea aparentă pe fază

S_{tot} – puterea aparentă totală

P_f –puterea activă pe fază

P_{tot} – puterea activă totală

Q_f –puterea reactivă pe fază

Q_{tot} – puterea reactivă totală

Într-un sistem de c.a. trifazat, tensiunile pe faze sunt date de:

$$v_A(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \delta)$$

$$v_B(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \delta - 120^\circ)$$

$$v_C(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \delta + 120^\circ)$$

Curenții de fază sunt descriși de ecuațiile:

$$i_A(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \beta)$$

$$i_B(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \beta - 120^\circ)$$

$$i_C(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \beta + 120^\circ)$$

Puterea instantanee absorbită în circuit va fi:

$$p_{tot}(t) = V_{\max} I_{\max} \left[\begin{array}{l} \cos(\omega t + \delta) \cos(\omega t + \beta) + \cos(\omega t + \delta - 120^\circ) \cos(\omega t + \beta - 120^\circ) + \\ \cos(\omega t + \delta + 120^\circ) \cos(\omega t + \beta + 120^\circ) \end{array} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} V_{\max} I_{\max} \left[3 \cos(\delta - \beta) + \underbrace{\cos(2\omega t + \delta + \beta) + \cos(2\omega t + \delta + \beta + 120^\circ) + \cos(2\omega t + \delta + \beta - 120^\circ)}_{=0} \right] \text{ [W]}$$

$$p_{tot}(t) = 3VI \cos(\delta - \beta)$$

Se poate observa că puterea instantanee totală nu depinde de timp, constituind un avantaj major al sistemelor electrice trifazate. Echipamentele nu vor fi supuse în consecință efectelor variației în timp a puterii.

Puterea activă totală rezultă:

$$P_{tot} = 3VI \cos \varphi$$

cu $\varphi = \delta - \beta$.

Analog:

$$Q_{tot} = 3VI \sin \varphi$$

$$S_{tot} = 3VI$$

Aplicația 1

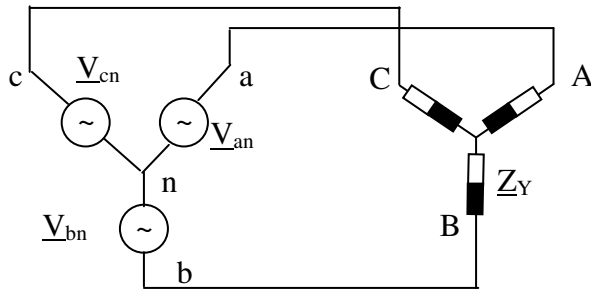
O sarcină trifazată echilibrată este alimentată cu o tensiune de fază de 240 V. Sarcina este caracterizată de o impedanță de fază egală cu $12 \angle 30^\circ \Omega$. Să se determine:

(i) Curentul de fază

- (ii) Puterea activă pe fază și totală
- (iii) Puterea reactivă totală
- (iv) Puterea aparentă totală.

Puteri în circuite trifazate echilibrate în conexiune Y

Se consideră o sarcină trifazată în conexiune Y alimentată de la o sursă de tensiune alternativă conectată în Y.



Se urmărește determinarea puterii absorbite de sarcina trifazată.

Puterea activă pe fază:

$$P_f = VI \cos \varphi$$

Tensiunea de alimentare la bornele sarcinii este tensiunea de alimentare \underline{V}_{an} , deoarece nu apar căderi de tensiuni pe legătura sursă-sarcină.

Curentul de fază este dat de:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{V}_{an}}{\underline{Z}_A} = I_a \angle -\varphi$$

Deci, puterea absorbită pe faza A:

$$P_A = V_{an} I_a \cos \varphi_a$$

Analog se poate scrie:

$$P_B = V_{bn} I_b \cos \varphi_b$$

$$P_C = V_{cn} I_c \cos \varphi_c$$

Într-un sistem simetric și echilibrat:

$$V_{an} = V_{bn} = V_{cn}$$

și

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_Y$$

Rezultă: $\underline{I}_a = \underline{I}_b = \underline{I}_c$ și $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$.

Ca urmare:

$$P_A = P_B = P_C$$

Cu puterea totală:

$$P_{tot} = P_A + P_B + P_C = 3VI \cos \varphi.$$

Cum:

$$U_{linie} = U_l = \sqrt{3}U_{faza} = \sqrt{3}V$$

și

$$I_{linie} = I_l = I_f = I$$

Puterile totale se pot scrie sub forma:

$$P_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

$$Q_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

$$S_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l$$

$$\underline{S}_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \angle \varphi$$

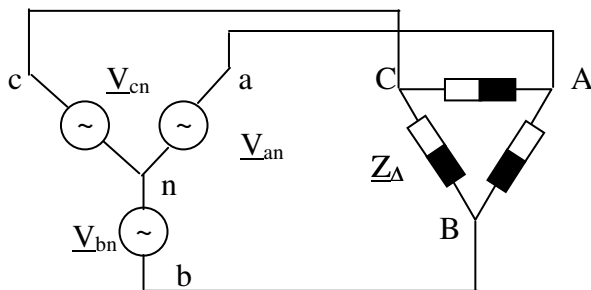
Aplicație 2

O sarcină trifazată echilibrată conetată în Y este alimentată dintr-un sistem trifazat cu 4 conductoare cu o tensiune de linie de 400 V. Impedanța de fază a sarcinii este $5+j5 \Omega$. Să se determine:

- (i) puterea activă totală consumată de sarcină;
- (ii) puterea reactivă totală consumată de sarcină;
- (iii) puterea furnizată sarcinii.

Puteri în circuite trifazate echilibrate în conexiune Δ

Se consideră o sarcină trifazată în conexiune Y alimentată de la o sursă de tensiune alternativă conectată în Δ .



Determinarea puterii absorbite de sarcina trifazată se va face analog cazului cu sarcină în conexiune Y, cu mențiunea:

$$U_{linie} = U_l = U_{faza}$$

și

$$I_{linie} = I_l = \sqrt{3}I_f = \sqrt{3}I$$

Puterile totale se pot scrie sub forma:

$$P_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

$$Q_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

$$S_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l$$

$$\underline{S}_{tot} = \sqrt{3}U_l I_l \angle \varphi$$

Se observă că expresiile puterilor sunt identice pentru cele două cazuri. Cu toate acestea valorile corespondente vor fi diferite.

Aplicația 3

O sarcină trifazată echilibrată în conexiune Δ este alimentată de la o sursă cu tensiunea de linie de 400 V. Impedanța de fază a sarcinii este $5+j5 \Omega$. Să se determine:

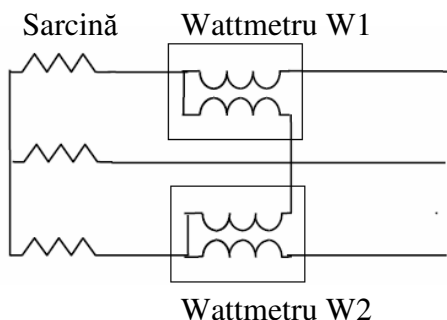
- (i) puterea activă totală consumată de sarcină;
- (ii) puterea reactivă totală consumată de sarcină;
- (iii) puterea furnizată sarcinii.

Măsurarea puterilor în circuite trifazate echilibrate

Puterea activă se măsoară cu wattmetrul, care include o înfășurare de tensiune și una de curent. Indicația wattmetrului este o funcție de tensiune, curent și defazajul dintre acestea.

Măsurarea puterilor în circuitul de c.a. trifazat se poate face aplicând așa-numita metodă a celor 2 wattmetre, aplicabilă în cazul tuturor tipurilor de circuite trifazate

În această variantă, înfășurările de curent ale wattmetrelor sunt conectate în serie cu câte o fază, în timp ce înfășurările de tensiune sunt conectate pe cele două faze, cu punct comun pe cea de-a treia – vezi figura de mai jos.



W1 este parcurs de curentul de linie I_a , iar pe înfășurarea sa de tensiune se aplică U_{ab} . W2 este parcurs de curentul de linie I_c , iar pe înfășurarea sa de tensiune se aplică U_{bc} .

Puterea măsurată de cele două wattmetre este dată de:

$$P_1 = \text{indicatie}W1 = U_{ab}I_b \cos \varphi_a$$

$$P_2 = \text{indicatie}W2 = U_{bc}I_c \cos \varphi_c$$

unde φ_a, φ_b sunt defazajele între tensiunile de linie și curenții corespondenți.

Conform diagramei fazoriale de mai jos, se poate scrie:

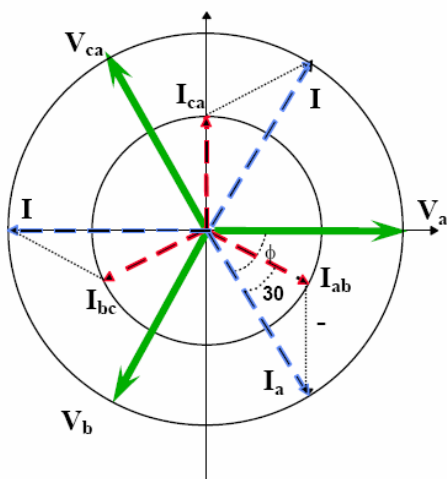


Diagrama fazorială pentru o sarcină conectată în Δ

Defazajul dintre tensiunea și curentul de linie U_{ab} și I_a este $(30+\varphi)$.

Defazajul dintre tensiunea și curentul de linie U_{bc} și I_c este $(30-\varphi)$.

Pentru o rețea echilibrată:

$$U_{ab} = U_{bc} = U_l$$

$$I_a = I_b = I_l$$

Rezultă:

$$P_1 = U_l I_l \cos(30 + \varphi)$$

$$P_2 = U_l I_l \cos(30 - \varphi)$$

Se poate observa că:

(i) Pentru sarcină rezistivă ($\varphi = 0$), $P_2 = P_1$

(ii) Pentru sarcină inductivă ($\varphi > 0$), $P_2 > P_1$

(iii) Pentru sarcină capacitivă ($\varphi < 0$), $P_2 < P_1$

Puterea activă totală va fi:

$$P_{tot} = \text{IndicatieW1} + \text{IndicatieW2} = P_1 + P_2$$

$$P_1 + P_2 = U_l I_l (\cos(30 + \varphi) + \cos(30 - \varphi)) = \sqrt{3} U_l I_l \cos(\varphi)$$

S-a utilizat identitatea: $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
--

Pe de altă parte, conform definiției puterii reactive:

$$Q_{tot} = \sqrt{3} U_l I_l \sin(\varphi)$$

Se observă însă că:

$$\text{IndicatieW2} - \text{IndicatieW1} = U_l I_l (\cos(30 - \varphi) - \cos(30 + \varphi)) = U_l I_l \sin \varphi$$

S-a utilizat identitatea: $\cos \alpha - \cos \beta = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

Rezultă:

$$Q_{tot} = \sqrt{3} (\text{IndicatieW2} - \text{IndicatieW1})$$

În plus:

$$\text{tg } \varphi = \frac{Q_{tot}}{P_{tot}} = \sqrt{3} \frac{\text{IndicatieW2} - \text{IndicatieW1}}{\text{IndicatieW1} + \text{IndicatieW2}}$$

Aplicația 4

Pentru măsurarea puterii absorbite de o sarcină trifazată în conexiune Y alimentată cu tensiune de linie de 400 V sunt utilizate două wattmetre. Valorile înregistrate de acestea sunt: $W_1 = -2800$ W și respectiv $W_2 = 4000$ W. Să se determine:

- (i) puterea activă totală
- (ii) puterea reactivă totală
- (iii) factorul de putere
- (iv) curentul de linie
- (v) impedanța de fază a sarcinii.